

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et	Denis DEFAUCHY
02/09/2016	équations différentielles du mouvement	TD1 - Sujet

# Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement

## TD+=1

### *Caractéristiques des solides*

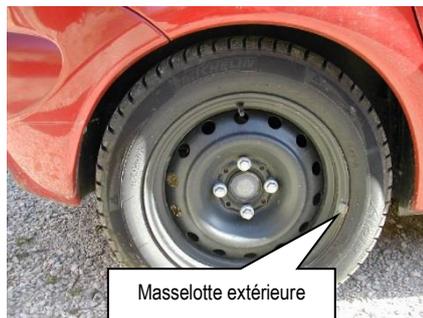
Programme - Compétences		
B212	MODELISER	Caractéristiques d'inertie d'un solide indéformable (masse, opérateur d'inertie) Lien entre forme de la matrice d'inertie et géométrie du solide associé Signification des termes de la matrice d'inertie

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
02/09/2016		TD1 - Sujet

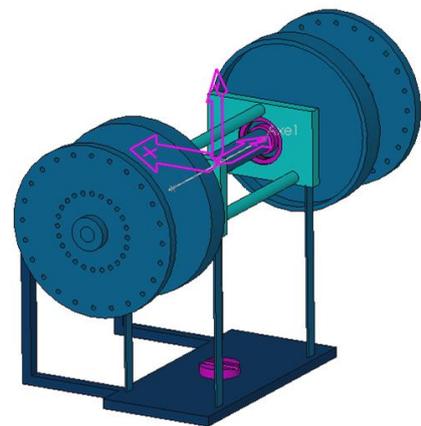
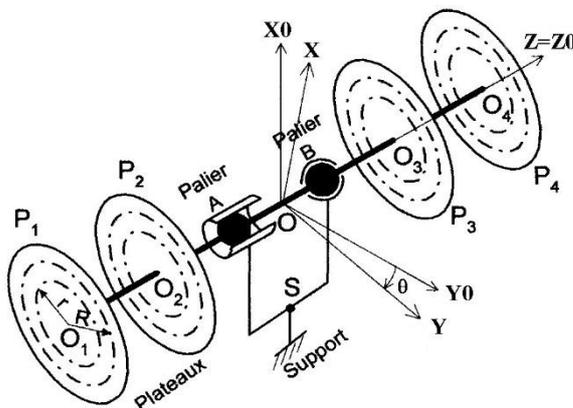
## Exercice 1: Matrice d'inertie – Equilibreuse Deltalab

L'étude dynamique des systèmes va nous permettre de mettre en évidence des phénomènes vibratoires indésirables rencontrés lorsque des solides en rotation (rotors) ne sont pas équilibrés. Prenons l'exemple des voitures. Lorsqu'une roue est déséquilibrée, c'est-à-dire que sa répartition de masse ne respecte pas certains critères, sa mise en rotation va induire l'apparition d'efforts sinusoïdaux dans son guidage et va faire apparaître des vibrations dans l'habitacle.

Dans ce cas, un rendez-vous chez un garagiste permet de faire ajouter des masselottes aux endroits nécessaires, permettant de rééquilibrer la roue. La machine d'équilibrage permettant de déterminer la position exacte des masselottes est présentée ci-contre.

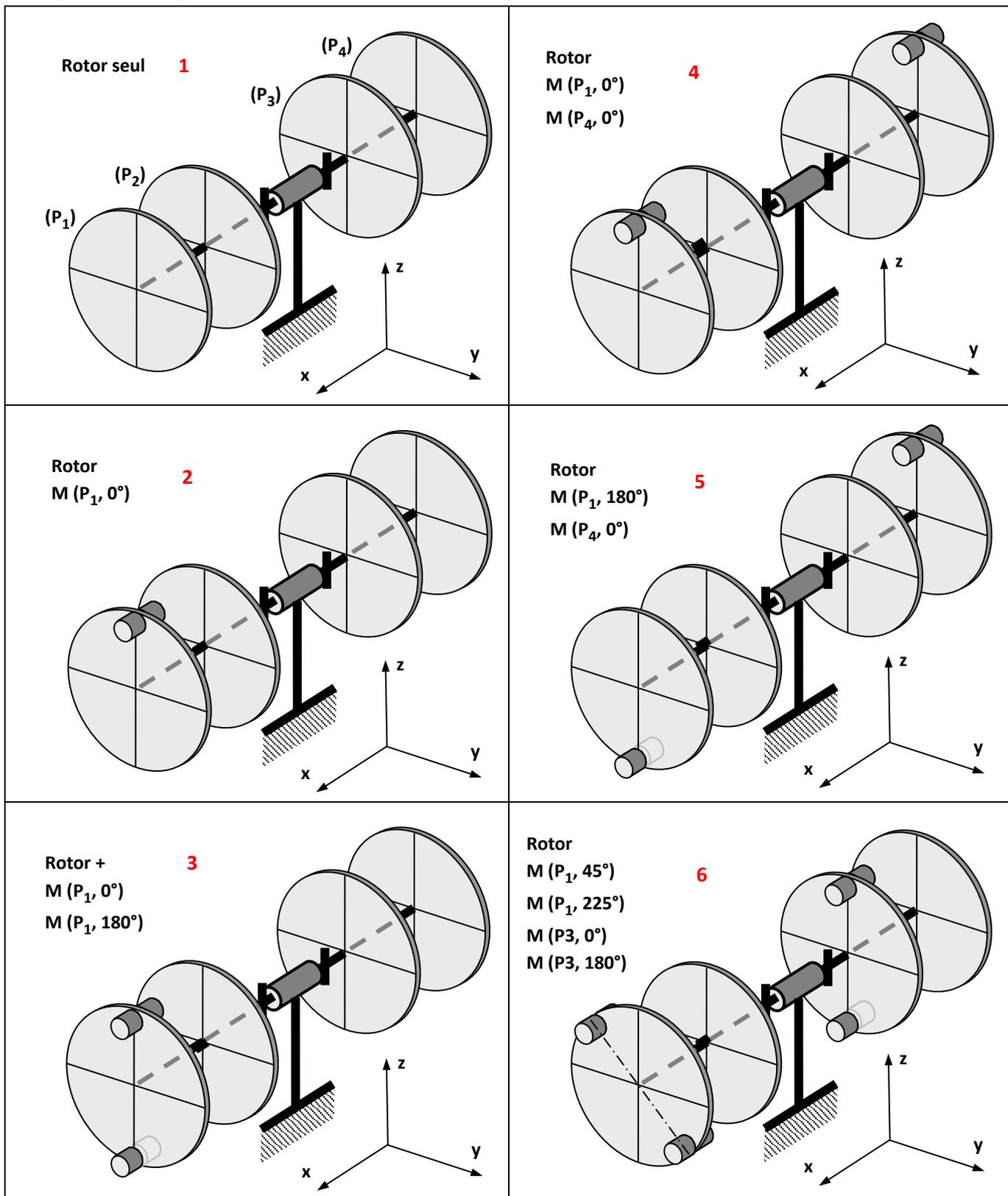


Lors des prochaines séances de travaux pratiques, nous aurons l'occasion de travailler sur l'équilibreuse Deltalab, système didactisé mis en place pour appréhender l'équilibre des solides en rotation.



Ainsi, en plaçant des masses à des endroits particuliers, et en mettant en rotation la partie mobile, nous mettrons en évidence ces phénomènes vibratoires. Pour cela, nous aurons besoin de connaître la matrice d'inertie de l'élément mobile, c'est donc l'objet de cet exercice.

Dans chacune des situations suivantes, sauf la première, une ou plusieurs masses identiques sont ajoutée à un rayon R.



Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
02/09/2016		TD1 - Sujet

Données :

Chaque plateau de fixation des masselottes a un diamètre extérieur  $D = 180 \text{ mm}$ , une épaisseur  $e = 10 \text{ mm}$  et une masse  $M = 0.65 \text{ Kg}$ .

Les plateaux les plus proches de O sont à une distance de O égale à  $d_1 = 160 \text{ mm}$ .

Les plateaux les plus éloignés de O sont à une distance de O égale à  $d_2 = 240 \text{ mm}$ .

On négligera l'inertie de l'axe de rotation face à l'inertie des plateaux.

Les masselottes ont une masse  $m = 40 \text{ g}$  et sont fixées à la distance  $r = 80 \text{ mm}$  de l'axe de rotation.

On appelle  $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  la base fixe. On exprimera les matrices d'inertie dans la base  $\mathcal{B}(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  associée au solide en rotation, cette base étant considérée égale à la base  $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  à l'instant initial.

**Question 1: Déterminer la matrice d'inertie  $I(G_i, P_i)$  d'un plateau  $P_i$  sans masselotte en son centre de gravité  $G_i$ .**

**Question 2: En déduire cette matrice en O,  $I(O, P_i)$ , pour chacun des plateaux, dans la base du solide  $\mathcal{B}$ .**

**Question 3: Déterminer la matrice d'inertie de la partie mobile  $I(O, S)$  sans masselottes dans la base du solide  $\mathcal{B}$  et la mettre sous forme simplifiée en ne faisant apparaître que des lettres de A à F non nuls**

On note  $S + \sum S_i$  l'ensemble composé de la partie mobile S et des masselottes  $S_i$ .

Pour chaque cas proposé plus haut

**Question 4: Le centre de gravité G de l'ensemble mobile est-il sur l'axe de rotation  $(O, \vec{x})$  ?**

**Question 5: Déterminer la matrice d'inertie en O de la partie mobile équipée des masselottes proposées dans la base du solide  $\mathcal{B}$  et la mettre sous forme simplifiée en ne faisant apparaître que des lettres de A à F non nuls indicés du numéro de chaque cas**

**Question 6: La matrice d'inertie possède-t-elle comme axe principal d'inertie l'axe  $(O, \vec{x})$  ?  $(O, \vec{y})$  ?  $(O, \vec{z})$  ?**

**Question 7: Mener une étude expérimentale sur le système et déterminer s'il y a ou non équilibrage**

**Question 8: Faire le récapitulatif, pour chaque situation, de la position du centre de gravité (sur l'axe ?), des axes principaux d'inertie et de l'équilibre réalisé ou non lors de la manipulation et en déduire les conditions nécessaires à l'équilibrage en rotation**